

O RACIOCÍNIO MULTIPLICATIVO EM CRIANÇAS DO PRÉ-ESCOLAR

Florbela Soutinho

CIEC – Universidade do Minho
florbelasoutinho@gmail.com

Emma Mamede

CIEC – Universidade do Minho
emamede@ie.uminho.pt

Resumo:

Este estudo procura perceber que conhecimento sobre as estruturas de raciocínio multiplicativo possuem as crianças dos 4 aos 6 anos, a frequentar a educação pré-escolar em Portugal. Três questões foram levantadas: (1) como é que as crianças resolvem problemas de raciocínio multiplicativo de tipo direto, inverso e diretos com representação em tabela? (2) Com que facilidade resolvem cada tipo de problema? (3) Que tipo de argumentos apresentam na resolução dos problemas? Procurando encontrar respostas para estas questões, desenvolveu-se um estudo que combina métodos de investigação quantitativos e qualitativos.

A análise quantitativa das resoluções das crianças sugerem que as crianças desta idade conseguem resolver problemas de raciocínio multiplicativo, mesmo as de 4 anos. As crianças de todos os grupos etários conseguem apresentar resoluções corretas dos problemas de raciocínio multiplicativo propostos, mas as crianças de 6 anos apresentam níveis de desempenho significativamente superiores às crianças de 4 anos. Esta análise mostra ainda que os problemas de raciocínio multiplicativo inverso são mais difíceis para as crianças do que os problemas diretos.

A análise qualitativa do nível de facilidade de resolução dos problemas e dos tipos de argumentos apresentados pelas crianças na resolução dos problemas sugerem que as crianças efectuaram as resoluções dos problemas compreendendo o que estavam a fazer, produzindo soluções e apresentado justificações que eliminam a possibilidade de terem atingido o sucesso à sorte.

Palavras-chave: Estruturas de raciocínio multiplicativo, resolução de problemas, pré-escolar.

Introdução

Durante os anos 80 emergiram, entre a comunidade científica, muitos trabalhos de investigação sobre o conhecimento matemático das crianças (Vergnaud, 1982, 1984; Carpenter & Moser, 1982). Ao longo da vasta literatura acerca deste tema, podem-se encontrar estudos sobre o conhecimento informal das crianças (Nunes *et al*, 2005, Nunes, Bryant & Watson, 2009), estudos sobre a adição e subtração (Carpenter *et al*, 1999; Bryant, 1997; Vergnaud, 1983), e sobre a multiplicação e divisão (Nunes, Bryant & Watson, 2009; Carpenter *et al* 1999; Nunes & Bryant, 1997; Greer, 2012; Kouba, 1989; Frydman & Bryant, 1988; Vergnaud, 1983). A perspetiva destes autores assenta na ideia de que as crianças, antes de entrarem para a escola, têm muitas experiências de manipulação e comparação de quantidades, e conseguem resolver com êxito problemas simples de adição e subtração, bem como alguns problemas de multiplicação e divisão que envolvem situações de partilha. Mais recentemente, a investigação (ver Nunes *et al*, 2005; Nunes, Bryant & Watson, 2009) tem procurado saber mais sobre o desenvolvimento do raciocínio das crianças na resolução de problemas de estrutura aditiva e multiplicativa.

Os problemas de raciocínio aditivo referem-se a situações que envolvem conjuntos de objetos em que se juntam ou separam os seus elementos (Nunes & Bryant, 1997). Os problemas de raciocínio

multiplicativo são definidos pelo facto de envolverem duas ou mais medidas ligadas por uma relação fixa (Carpenter *et al*, 1999; Vergnaud, 1983).

Sobre o raciocínio multiplicativo

Antes das crianças aprenderem a multiplicação e divisão na escola, elas já dominam esquemas de ação que usam para resolver problemas de raciocínio multiplicativo. Estes esquemas envolvem colocar em correspondência duas variáveis, ao contrário da ideia da adição repetida. As situações que dão origem ao raciocínio multiplicativo não envolvem as ações de juntar e separar, como acontece com o raciocínio aditivo. Os problemas de raciocínio multiplicativo são definidos pelo facto de envolverem duas ou mais medidas ligadas por uma relação fixa. Problemas como: “O João tem 5 balões. Cada balão custou 3 cêntimos. Quanto é que ele gastou?” ou “O João tem alguns balões; cada balão custou 3 cêntimos. Ele gastou 15 cêntimos. Quantos balões comprou o João?” são exemplo de problemas que envolvem o raciocínio multiplicativo. O primeiro pode ser resolvido por uma multiplicação para encontrar o valor do custo total; o segundo por uma divisão para determinar a quantidade desconhecida, o número de balões (Nunes & Bryant, 2009).

A investigação tem sugerido que crianças pequenas conseguem resolver alguns problemas de multiplicação e divisão antes de lhes ser ensinada formalmente a multiplicação e a divisão na escola, revelando assim possuir algum conhecimento informal sobre multiplicação e divisão.

Frydman e Bryant (1988) demonstraram que as crianças de 4-5 anos conseguem partilhar uma quantidade equitativamente através da distribuição, ou seja, usando a estratégia “um para A, um para B, um para A...”, o que indicia que elas conseguem perceber claramente e de forma flexível a base da distribuição um-para-um, e sabem porque o fazem, revelando um conhecimento básico das situações subentendidas nos problemas, e que serve de fundamento para a aprendizagem das operações aritméticas.

Becker (1993) realizou estudos com crianças americanas de 4 e 5 anos, cujo objetivo era a resolução de problemas de correspondência 2:1, 3:1, tendo observado que as crianças obtiveram maior índice de sucesso na correspondência 2:1 do que na correspondência 3:1, de notar que as crianças de 5 anos conseguiram 81% de respostas certas. Também Carpenter e seus colaboradores (Carpenter *et al*, 1993) realizaram um estudo semelhante com crianças da educação pré-escolar, acrescentando a correspondência de 4:1, tendo observado uma percentagem de sucesso de 71% na resolução das tarefas propostas.

Nunes e colegas (2005) estudaram crianças brasileiras do ensino primário enquanto resolviam problemas de raciocínio multiplicativo. A cada criança foi mostrada uma imagem com 4 casas e foi perguntado: “Em cada casa moram 3 cachorros. Quantos cachorros moram ao todo nas 4 casas?”. Os resultados registaram 60% de sucesso no grupo das crianças do 1.º ano e de mais de 80% para os restantes níveis de escolaridade. Quando foi pedido às crianças que resolvessem um problema de divisão do tipo: “Há 27 caramelos para distribuir por 3 crianças. As crianças querem todas ter a mesma quantidade de caramelos. Quantos caramelos vai ter cada um?”, os níveis de sucesso na resolução do problema foram de 80% para o grupo de alunos do 1º ano e mais de 80% para os restantes níveis de escolaridade (2.º ao 4.º anos). Os autores estudaram ainda o desempenho das crianças na resolução do problema direto apresentado com recurso a uma tabela de duas colunas, uma em que se registaram o número de coelhos outra o número de casas; as duas primeiras linhas da tabela apresentam os respetivos números de coelhos e de casas, sendo que na terceira linha faltava descobrir o número de coelhos quando era dado o número de casas. Em seguida foi apresentado o problema: “Cada 1 destas casinhas foi feita para 2 coelhos. Se tiveres 4 coelhos vais precisar de 2 casinhas. Quantos coelhos podem morar em 3 casinhas?”. Nunes e colegas registaram cerca de 49% de respostas corretas no grupo de crianças de 5 anos e cerca de 73% no grupo de 6 anos.

Também Kornilaki e Nunes (2005) analisaram o desempenho de crianças dos 5 aos 8 anos durante a resolução de problema de raciocínio multiplicativo que lhes foram apresentados apenas com apoio de imagens. Apresentaram às crianças problemas de multiplicação e divisão de dois tipos, directos e inversos. Num problema directo a criança pode chegar à solução recorrendo directamente à correspondência e à distribuição para resolver os problemas de multiplicação e divisão, respetivamente. Nos problemas inversos isto não pode ser conseguido directamente. Num problema inverso de multiplicação como: "O Carlos faz anos. A cada amigo que vem para a sua festa ele vai dar 3 balões. Ele comprou 18 balões para dar. Quantos amigos vão à festa?", as autoras registaram níveis de sucesso de 30% no grupo dos 5 anos e de 50% no grupo dos 6 anos. Num problema inverso de divisão, como: "No aniversário da Ana ela vai distribuir biscoitos pelos seus amigos. Ela preparou pequenos sacos e em cada saco tem 3 biscoitos. Ela usou 18 biscoitos para preparar estes sacos. Quantos sacos fez a Ana?", 40% das crianças de 5 anos e 68% das de 6 anos resolveram o problema corretamente.

Estes resultados evidenciam que problemas de raciocínio multiplicativo directos e inversos podem ser resolvidos com sucesso por crianças pequenas, recorrendo apenas ao seu conhecimento informal. Estes resultados mostram também que a apresentação do problema em tabela pode tornar um problema direto mais difícil, mas ainda assim compreensível por crianças pequenas.

Em Portugal não se realizaram, ainda, estudos suficientes no sentido de perceber a realidade das crianças em idade pré-escolar no que concerne ao seu desempenho em problemas de raciocínio multiplicativo. Assim, foi objetivo deste estudo perceber que estruturas de raciocínio multiplicativo possuem as crianças do pré-escolar e como se caracterizam, ou seja, como raciocinam as crianças da educação pré-escolar perante problemas de estruturas multiplicativas. Pretendeu-se analisar os desempenhos das crianças quando lhes são propostos diferentes tipos de problemas de raciocínio multiplicativo. Como resolvem problemas directos e inversos? Como resolvem problemas directos apresentados em tabela? Com que facilidade o fazem? Que argumentos apresentam?

Metodologia

Participantes

Os participantes desta investigação foram 45 crianças dos 4 aos 6 anos, distribuídas equitativamente pelos grupos etários, a frequentar a educação pré-escolar pública em Portugal, em meio urbano, pertencente a um agrupamento de escolas do concelho de Viseu. Estas crianças não eram alunos de nenhuma das investigadoras.

Design do Estudo

Neste estudo foi aplicada uma entrevista individual aos participantes, onde foram apresentados 12 problemas de raciocínio multiplicativo. A ordem das questões foi pré-estabelecida e idêntica para todas as crianças.

Tarefas

As tarefas propostas às crianças procuraram ser diversificadas abrangendo 4 problemas directos (2 de multiplicação e 2 de divisão), 4 problemas inversos (2 de multiplicação e 2 de divisão) e 4 problemas directos com representação em tabela (multiplicação). Apresenta-se aqui em seguida aqui exemplo de cada tipo de problema, nas Tabelas 1, 2 e 3.

Tipo de problema	Operação	Problema
Direto	Multiplicação	Numa rua há 3 casinhas. Em cada casinha moram 3 coelhinhos. Quantos coelhinhos moram, ao todo, nas 3

casinhas?

Tabela 1: Problema de raciocínio multiplicativo de tipo direto.

Tipo de problema	Operação	Problema
Inverso	Divisão	O Miguel vai fazer anos. Cada amigo que vem à festa vai receber 5 balões. Ele comprou estes balões (15) para dar. Quantos amigos convidou o Miguel?

Tabela 2: Problema de raciocínio multiplicativo de tipo inverso.

Tipo de problema	Operação	Problema
Direto com representação em tabela		A Rita viu na loja uma boneca que custa 2 moedas. Duas bonecas custam 4 moedas. Ela quer comprar 3 bonecas. De quantas moedas vai precisar?

Multiplicação



	
1	2
2	4
3	

Tabela 3: Problema de raciocínio multiplicativo direto com representação em tabela.

Material

Os materiais utilizados nesta investigação constaram de materiais manipuláveis, construídos pela investigadora para concretizar os problemas propostos, e estavam à disposição das crianças desde o início das tarefas.

Procedimento

Cada criança foi entrevistada em ambiente laboratorial sempre pela mesma investigadora. Cada problema foi apresentado oralmente a cada participante com recurso a histórias. Para cada problema foram disponibilizados materiais alusivos à história do problema, possibilitando uma possível concretização, se o entrevistado entendesse necessário. No final de cada problema, a cada criança foi pedida uma justificação da sua resposta através da pergunta “Porquê que achas isso?”, procurando assim aceder à sua forma de pensar em cada situação.

Para percebermos melhor como as crianças a frequentar o pré-escolar raciocinam durante a resolução destes problemas, analisaram-se os seus desempenhos, a facilidade de resolução dos problemas

observada pelo investigador e os seus argumentos. Os dados foram recolhidos com recurso a gravação vídeo e a notas de campo do entrevistador.

Resultados

Foram consideradas as respostas dadas pelas crianças no fim da resolução de cada problema. Para cada criança foram contabilizadas as resoluções certas e erradas nos problemas diretos, nos problemas inversos e nos problemas com representação em tabela de raciocínio multiplicativo. A Tabela 4 resume a média das respostas certas e o desvio padrão dos problemas propostos de acordo com a idade.

Tipo de Problemas	Média (desvio padrão)		
	4 anos (n=15)	5 anos (n=15)	6 anos (n=15)
Diretos (4 problemas)	1.53 (1.36)	2.47 (0.92)	2.87 (0.99)
Inversos (4 problemas)	1.00 (0.93)	1.33 (1.29)	1.67 (1.29)
Diretos com representação em tabela (4 problemas)	0.80 (0.78)	1.33 (1.40)	2.00 (1.31)

Tabela 4: Média (e desvio padrão) das respostas certas na resolução dos problemas propostos.

Após a constatação e observação do número de problemas resolvidos corretamente, importou perceber se estes são resolvidos com igual sucesso pelas crianças dos 4 aos 6 anos. Assim, analisou-se a distribuição do número de respostas certas, de acordo com a idade, para cada tipo de problema apresentado, constatando-se que são os problemas diretos do raciocínio multiplicativo aqueles em que se verificou a existência de crianças de 4, 5, e 6 anos a acertar os quatro problemas, ao contrário do que se verifica nos problemas de tipo inverso, em que o máximo de respostas certas em todas as idades foram três e nos problemas de representação em tabela, cujo número máximo de respostas acertadas foi 2, em todos os grupos etários.

Recorreu-se à ANOVA *one-way* para analisar os efeitos da idade (4, 5 e 6 anos) das crianças no seu desempenho na resolução dos diferentes tipos de problemas (directos, inversos, representação em tabela). Verificam-se diferenças estatisticamente significativas no desempenho de problemas diretos ($F(2,42) = 5.8, p < .05$), e nos problemas representação em tabela, de acordo com a idade das crianças ($F(2,42) = 3.8, p < .05$). Nos problemas inversos de raciocínio multiplicativo não se verificaram diferenças estatisticamente significativas de desempenho entre as crianças, de acordo com a idade. Os testes *post-hoc* de Bonferroni mostram que as crianças de 6 anos apresentam um desempenho significativamente superior às de 4 anos, na resolução de problemas diretos e diretos com representação em tabela.

Procurou-se saber mais sobre o desempenho das crianças durante a resolução dos problemas. Para tal procedeu-se à análise do grau de facilidade com que as crianças resolveram acertadamente cada tipo de problemas apresentados. As categorias consideradas foram: fácil, sempre que a tarefa foi realizada sem necessitar de qualquer explicação acrescida por parte da investigadora; e difícil, quando a criança necessitava de uma explicação acrescida e, no caso dos problemas apresentados em tabela, que esta explicação acrescida fosse acompanhada pela manipulação direta de materiais representando os dados constantes nas tabelas, com vista a um maior auxílio na sua interpretação.

A Tabela 5 regista o grau de facilidade observado nas respostas certas nos problemas de raciocínio multiplicativo, de acordo com o tipo de problema e com a idade.

Tipos de problemas (respostas certas)				
Idade (n=15)	Grau de Facilidade	Diretos %	Inversos %	Representação em Tabela %
4 anos	Fácil	73.9	53.3	0
	Difícil	26.1	46.7	100
5 anos	Fácil	86.5	90	55
	Difícil	13.5	10	45
6 anos	Fácil	93	88	83.3
	Difícil	7	12	16.7

Tabela 5: Percentagem de alunos relativamente ao grau de facilidade na resolução correta de problemas de raciocínio multiplicativo de acordo com o tipo de problemas e com a idade.

Os problemas diretos foram aqueles em que se registou grande percentagem de alunos a revelar facilidade de resolução. No entanto, a maior percentagem quanto à facilidade de resolução correta dos problemas não se verificou no mesmo tipo de problema em todas as idades, sendo de assinalar que o tipo de problemas resolvido com mais facilidade observado nas crianças de 5 anos foram os problemas inversos (90%) e para as crianças de 4 e 6 anos os problemas diretos (73.9% e 93% respetivamente).

As explicações que as crianças apresentaram para justificar a sua resposta correta aos problemas propostos foram analisadas, de forma a perceber um pouco mais sobre os seus raciocínios. A argumentação foi analisada, tendo-se considerado as categorias de argumentos válidos, parcialmente válidos, inválidos e sem argumentos. Os argumentos válidos consideram os casos em que a explicação atende a todas as quantidades envolvidas no problema. Os argumentos parcialmente válidos consideram os casos em que as crianças atendem a uma parte do problema e a sua explicação não é completa. Os argumentos considerados inválidos foram atribuídos aos casos em que a justificação não é plausível nem argumenta sobre a opção tomada na resolução correta do problema. A categoria sem argumento foi considerada nos casos em que as crianças, tendo dado uma resposta correta não conseguem verbalizar a sua explicação. A Tabela 6 mostra o tipo de argumento apresentado pelas crianças que produziram respostas certas nos vários tipos de problemas de raciocínio multiplicativo, de acordo com a idade.

É notório a percentagem de alunos com argumentos válidos que as crianças empregam para justificar as opções tomadas na resolução de problemas, o que é indicador de que as crianças conseguem resolver problemas de raciocínio multiplicativo compreendendo o que estão a fazer, sejam estes problemas de tipo direto, inverso ou de representação em tabela.

A média das respostas válidas aumenta consoante aumenta a idade, porém, mesmo as crianças de 4 anos conseguem argumentar validamente as suas opções na resolução dos problemas, conseguindo valores acima dos 50%.

Problemas de Raciocínio Multiplicativo					
Argumentação					
Tipo de Problemas	Idade (n=15)	Válida %	Parcialmente válida %	Sem argumento %	Inválida %
Diretos	4 anos	47.8	8.7	8.7	34.8
	5 anos	46	5.4	24.3	24.3
	6 anos	65.1	7	9.3	18.6
Inversos	4 anos	40	20	0	40
	5 anos	45	0	20	35
	6 anos	64	12	8	16
Representação em tabela	4 anos	58.3	0	8.3	33.4
	5 anos	60	0	20	20
	6 anos	73.3	0	3.33	23.4

Tabela 6: Tipo de argumento na resolução correta dos problemas de raciocínio multiplicativo, de acordo com a idade.

A média das respostas válidas aumenta consoante aumenta a idade, porém, mesmo as crianças de 4 anos conseguem argumentar validamente as suas opções na resolução dos problemas, conseguindo valores acima dos 50%.

Apresentam-se em seguida, alguns excertos de diálogos de cada criança com a investigadora durante a resolução do problema. Num problema direto, a criança responde corretamente e explica como pensou apresentando um argumento válido que recai na contagem, como se pode ver no excerto que se segue:

Numa rua há 3 casinhas. Em cada casinha moram 3 coelhos. Quantos coelhos moram, ao todo, nas 3 casinhas?

J – São 9.

Inv. - porque dizes que são 9?

J - aqui são 3 coelhos (aponta para uma casa), 3 coelhos (aponta para outra), 3 coelhos (aponta para a última) depois deu 9, porque olha 1, 2, 3 (levanta os dedos um a um enquanto conta) [pausa], 4, 5, 6 [pausa] 7, 8, 9.

Num problema direto apresentado com recurso a tabela, a criança responde corretamente e explica como pensou apresentando um argumento válido, como mostra o excerto que se segue:

Cada uma destas casinhas foi feita para 2 ursinhos. Se tivermos 4 ursinhos vamos precisar de 2 casinhas. Quantas casinhas são precisas para 6 ursinhos?

B - 3.

Inv. - Porque dizes quer são 3?

B - Porque só cabem 2 em cada casa e 6 é 2 mais 2 mais 2.

Num outro problema direto, a criança responde corretamente e explica como pensou apresentando um argumento parcialmente válido, como se pode ler no excerto que se segue:

Cada um dos 3 coelhos que moram nas casinhas vai comer um bolinho de cenoura. Quantos bolinhos temos que ter para que nenhum coelho fique sem comer?

M - 9 bolinhas.

Inv. - Porque dizes que são 9?

M - Os coelhos são 3, por isso é que são 3 bolinhas de cenoura.

Num problema inverso, a criança responde corretamente e explica como pensou apresentando um argumento inválido, como o do excerto que se segue:

A Rita tem estes livros (15) na sua estante, dispostos em 3 prateleiras. As prateleiras têm igual número de livros. Quantos livros tem a Rita em cada prateleira?

T - são 5 em cada uma.

Inv. - Porque é que dizes que são 5?

T - Porque contei-os.

Das diferentes categorias encontradas para a argumentação, aquela que apresenta menores valores percentuais são os argumentos parcialmente válidos, o que poderá indicar que as crianças procuraram justificar o melhor possível as suas respostas, havendo poucos casos em que tal não aconteceu. Pode-se observar, ainda, que há muitos casos de argumentos inválidos, mais do que respostas sem argumentação, o que poderá indicar que as crianças ainda não conseguem explicar com clareza a razão da estratégia que conduziu a uma resposta correta, apesar de terem noção do que realizaram e de como realizaram.

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Neste estudo foi possível constatar que também as crianças portuguesas, que frequentam a educação pré-escolar, conseguem resolver problemas de raciocínio multiplicativo, sem terem ainda recebido qualquer instrução formal sobre multiplicação e divisão, o que converge com estudos anteriormente realizados (Becker, 1993; Frydman & Bryant, 1988; Nunes *et al.*, 2005; Nunes, Bryant & Watson, 2009). Os sucessos alcançados nos vários estudos não deixam dúvida de que muitas crianças pequenas começam a escolaridade com conhecimentos de correspondência de um-para-muitos que podem usar para aprender a resolver problemas de raciocínio multiplicativo. Porém, há a registar que o seu desempenho varia consoante a idade e o tipo de problema. As crianças de 6 anos têm maior taxa de sucesso do que as crianças de 4 anos também confirmado na literatura (Nunes *et al.*, 2005).

Os resultados deste estudo indicam também que os problemas de raciocínio multiplicativo resolvidos com maior taxa de sucesso e com maior facilidade pelas crianças destas idades foram os problemas

diretos. Esta ideia é também partilhada por Nunes e colegas (2005), que estudaram crianças dos 5 aos 10 anos na resolução destes problemas, referindo ser mais fácil para as crianças resolverem problemas diretos do que inversos, seja nos problemas de multiplicação, seja nos de divisão. Os problemas diretos de multiplicação são problemas que indicam a correspondência de um-para-muitos entre as variáveis, indicando-se o valor dos fatores; nos problemas de inversos, um dos montantes dos fatores está ausente e a pergunta recai sobre o valor desse fator. Na divisão, situações de problemas diretos em que é apresentada à criança uma determinada quantidade (15 balões) para ser distribuída equitativamente (por 3 meninos) é mais fácil de resolver do que informar a criança do número total de balões (15), a relação balão por pessoa (5 por criança) e questionar sobre o número de meninos. Assim, a situação descrita no problema parece determinar a complexidade ou grau de dificuldade dos problemas; numa situação indica-se a correspondência de um-para-muitos, noutras verifica-se a descrição de uma situação de distribuição (Nunes *et al.*, 2005).

Os resultados deste estudo, e de outros anteriores em que as crianças de 4, 5 e 6 anos revelaram sucesso na resolução de problemas de raciocínio multiplicativo, não significam que as crianças reconheçam a relação fixa estabelecida entre as duas variáveis numa situação multiplicativa. Antes indica que já têm esquemas de ação que usam para resolver problemas de raciocínio multiplicativo, e estes esquemas envolvem colocar em correspondência duas variáveis.

Uma das explicações para as dificuldades das crianças na compreensão das relações proporcionais reside na dificuldade que as crianças têm em raciocinar sobre relações e não sobre quantidades. Nunes e seus colaboradores (Nunes *et al.*, 2005, 2009) recomendam o uso de gráficos e tabelas para auxiliar os alunos na aprendizagem sobre relações, no entanto, ainda não há estudos de investigação suficientes sobre as vantagens desta prática no raciocínio das crianças no que a este aspeto diz respeito. No estudo aqui apresentado os níveis de sucesso e grau de dificuldade demonstrados na resolução de problemas com representação em tabela são surpreendentes e convergem com os resultados de investigações previamente realizadas neste âmbito, como os apresentados por Nunes e colegas (2005), num estudo realizado com crianças dos 5 aos 8 anos e com problemas apresentados em tabelas, em que as crianças de 5 anos tiveram 30% de sucesso, e as de 6 anos 40%.

Torna-se claro que as crianças portuguesas que frequentam a educação pré-escolar conseguem resolver problemas de raciocínio multiplicativo, usando o conhecimento informal que deriva da correspondência de um-para-muitos e da distribuição um-para-um, e que as crianças usam para resolver problemas de multiplicação e divisão. Este conhecimento é relevante para a construção de novos conceitos matemáticos a aprender no futuro, em particular para a compreensão da operação de multiplicação. Mais investigação precisa de ser desenvolvida em Portugal no sentido de conhecer mais o conhecimento informal das crianças sobre estruturas de raciocínio multiplicativas. Pouco se sabe ainda sobre a relação existente entre o desenvolvimento do raciocínio aditivo e do multiplicativo. Desenvolver-se-ão simultaneamente? E da mesma forma? Ou o desenvolvimento de um condiciona o desenvolvimento do outro? Tem-se assumido que o desenvolvimento das estruturas de raciocínio multiplicativo ocorre após o desenvolvimento de estruturas de raciocínio aditivo. Como consequência prática, a operação de multiplicação tende a só ser explorada em sala de aula depois de dominada a operação de adição. Terá mesmo de ser assim?

Referências

- Becker, J. (1993). Young children's numerical use of number words: Counting in many-to-one situations. *Developmental Psychology*, 19, 458-465.
- Bryant, P. (1997). Mathematical understanding in the nursery school years. In T. Nunes & P. Bryant. *Learning and Teaching Mathematics – An International Perspective*. (pp. 53-67). Psychology Press.

- Carpenter, T. & Moser, J. (1982). The Development of Addition and Subtraction Problem-Solving skills. In Thomas Carpenter, James Moser & Thomas Carpenter (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*, pp. 9-24. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Ass.
- Carpenter, T., Ansell, E., Franke, M., Fennema, E., & Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematical Education*, 24, 428-441.
- Carpenter, T., Fennema, E., Franke, M., Levi, L., & Empson, S. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. USA: Leigh Peake.
- Frydman, O. & Bryant, P. (1988). Sharing and the understanding of number equivalence by young children. *Cognitive Development*, 3, 323-339.
- Greer, B. (2012). Inversion in mathematical thinking and learning. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 429-438.
- Kornilaki, E. & Nunes, T. (2005). Generalizing principles in spite of procedural differences: Children's understanding of division. *Cognitive Development*, 20, 388-406.
- Kouba, V. (1989). Children's solution strategies for equivalents set multiplication and division word problems. *Journal for Research in Mathematical Education*, 20, 147-158.
- Nunes, T. & Bryant, P. (1997). *Las Matemáticas y Su Aplicación: La Perspectiva del Niño*. Madrid: Siglo Veintiuno Editores.
- Nunes, T. & Bryant, P. (2009). Understanding relations and their graphical representation. In T. Nunes, P. Bryant & A. Watson (Eds.), *Key understanding in mathematics learning*. [Accessed by the 20th of April, 2011, in <http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/P4.pdf>].
- Nunes, T., Campos, T., Magina, S., & Bryant, P. (2005). *Educação Matemática – Números e Operações Numéricas*. São Paulo: Cortez Editora.
- Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (pp.60-67). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Ass.
- Vergnaud G. (1984). Problem-solving and symbolism in the development of mathematical concepts. In B. Southwell, R. Eyland, M. Cooper, J. Conroy, & K. Collis (Eds). *Proceedings of the 8th PME Conference* (pp. 27-40). Sydney, Australia.